

1) Układy trójkątne

$$\text{a) } x_i = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j}{a_{ii}}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad \text{b) } x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j}{a_{ii}}, \quad i = n, n-1, \dots, 1.$$

2) Metoda Gaussa

$$m_{ik} = \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}}, \quad a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - m_{ik} a_{kj}^{(k)}, \quad b_i^{(k+1)} = b_i^{(k)} - m_{ik} b_k^{(k)},$$

$$k = 1, 2, \dots, n-1; \quad i = k+1, k+2, \dots, n; \quad j = k+1, k+2, \dots, n.$$

3) Metoda Choleskiego-Banachiewicza

$$l_{kk} = \sqrt{\left(a_{kk} - \sum_{p=1}^{k-1} l_{kp}^2\right)}, \quad l_{ik} = \frac{a_{ik} - \sum_{p=1}^{k-1} l_{ip} l_{kp}}{l_{kk}}, \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad i = k+1, k+2, \dots, n.$$

4) Metoda Jacobiego

$$x_i^{(k+1)} = \frac{-\sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} x_j^{(k)} + b_i}{a_{ii}}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

5) Metoda Gaussa-Seidla

$$x_i^{(k+1)} = \frac{-\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(k)} + b_i}{a_{ii}}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

6) Interpolacja wielomianowa: wielomiany bazowe Lagrange'a, baza Hermite'a dla wielomianu 3 stopnia:

$$\text{a) } L_i^n = \prod_{j=0, j \neq i}^{j=n} \frac{x-x_j}{x_i-x_j}$$

$$\text{b) } H_1(x) = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, \quad H_2(x) = L(\xi - 2\xi^2 + \xi^3), \quad H_3(x) = 3\xi^2 - 2\xi^3, \quad H_4(x) = L(-\xi^2 + \xi^3), \quad \xi \in [0, 1].$$

7) Aproksymacja wielomianami algebraicznymi i uogólnionymi w sensie metody najmniejszych kwadratów:

$$\text{a) } \mathbf{S} \mathbf{a} = \mathbf{t}, \quad s_k = \sum_{i=0}^n x_i^k, \quad t_k = \sum_{i=0}^n f_i x_i^k,$$

$$\text{b) } \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{a} = \mathbf{D}^T \mathbf{f}$$

8) Rozwiązywanie równań nieliniowych metody:

regula falsi, siecznych, stycznych, stycznych zmodyfikowana, iteracji prostej z relaksacją:

$$\text{a) } x_k = \frac{a f_b - b f_a}{f_b - f_a} \quad \text{b) } x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f(x_k) - f(x_{k-1})} (x_k - x_{k-1}) \quad \text{c) } x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

$$\text{d) } x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_0)} \quad \text{e) } x_{n+1} = \frac{g(x_n)}{1+\alpha} + x_n \frac{\alpha}{1+\alpha}, \quad \alpha = -g'(x_0)$$

9) Rozwiązywanie układów równań nieliniowych metoda Newtona-Raphsona

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x}_k, \quad \Delta \mathbf{x}_k = -(\mathbf{J}(\mathbf{x}_k))^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}_k).$$