

Zadanie 1. Rozwiąż układy równań metodą Gaussa i Gaussa-Jordana:

$$\begin{array}{rcl} 4x_1 - x_2 + x_3 = 8 & & 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 3 & & 2x_1 + 4x_2 - x_3 = -5 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 11 & & x_1 + x_2 - 3x_3 = -9 \end{array}$$

Zadanie 2. Rozwiąż układ równań stosując metodę Gaussa:

$$\begin{array}{r} 0.04x_1 + 0.01x_2 - 0.01x_3 = -0.05 \\ 0.2x_2 + 0.5x_3 - 0.2x_3 = -0.1 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 9 \end{array}$$

Zadanie 3. Rozwiąż układ równań metodą Choleskiego-Banachiwicza:

$$\begin{bmatrix} 16 & 4 & -4 & 0 \\ 4 & 10 & -4 & 0 \\ -4 & -4 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24 \\ -18 \\ 22 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Zadanie 4. Rozwiąż podany układ równań wykorzystując rozkład LL^T :

$$\begin{bmatrix} 64 & 8 & 16 \\ 8 & 37 & 8 \\ 16 & 8 & 21 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64 \\ 74 \\ 11 \end{bmatrix}$$

Zadanie 5. Rozwiąż podany układ równań wykorzystując rozkład LL^T :

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -3 & 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ -11 \\ 28 \end{bmatrix}$$

Zadanie 6. Znajdź rozwiązanie metodą Jacobiego z dokładnością 1%. W obliczeniach przyjmij wektor początkowy $\mathbf{x} = [1, 1, 1]$ oraz normę euklidesową.

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -10 \end{bmatrix}$$

Zadanie 7. Wykonaj dwa kroki iteracji metodą Gaussa-Seidla dla równań:

$$\begin{array}{rcl} 3x_1 - x_2 + x_3 = 6 & & 10x_1 - x_2 = -6 \\ 3x_1 + 9x_2 + 3x_3 = -6 & & -x_1 + 10x_2 - 3x_3 = 9 \\ 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 1 & & -x_2 + 10x_3 = 4 \end{array}$$

Powtórz zadanie stosując metodę Jacobiego, a następnie metodę gradientów sprzężonych.