

Zadanie 1. Rozwiązać układ równań

$$2x + 3y - 5z = -3$$

$$4x + 6y - 3z = 1$$

Odpowiedź:

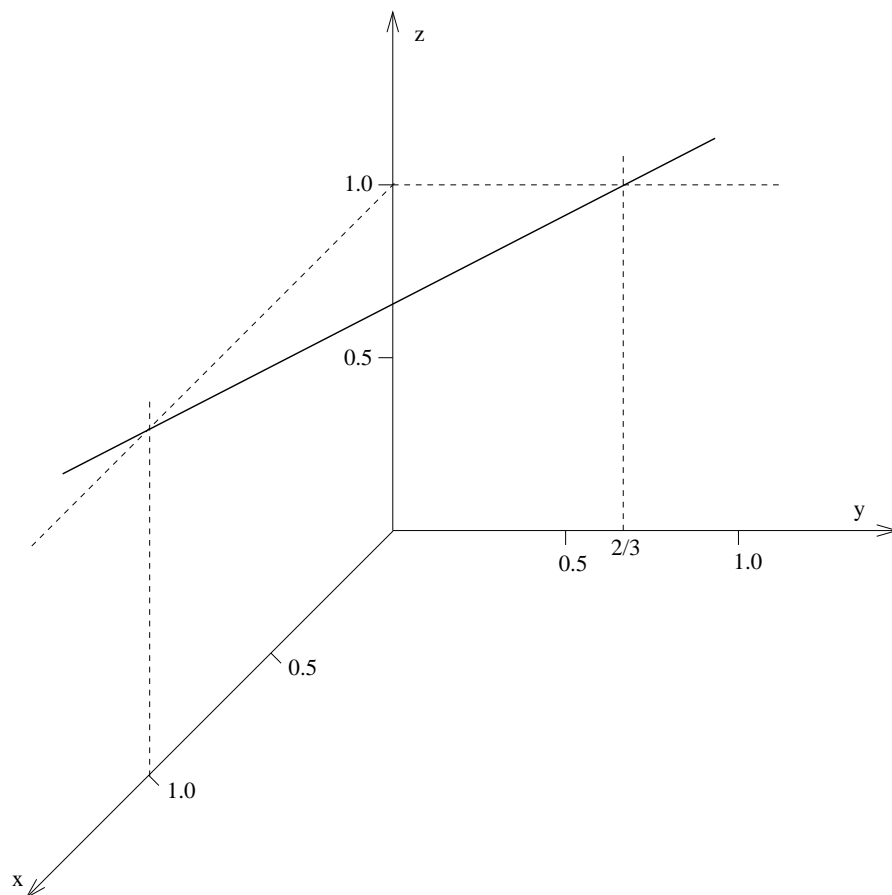
Macierz rozszerzoną przekształcimy algorytmem GJ-BWEW.

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -5 & -3 \\ 4 & 6 & -3 & 1 \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 7 & 7 \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right| \Rightarrow$$

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 3/2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right|$$

$$x = 1 - 1.5 \cdot y$$

$$z = 1$$



Otrzymane rozwiązanie określa rozmierność jednowymiarową czyli prostą nieprzechodzącą przez początek układu współrzędnych.

Zadanie 2. Rozwiązać układ równań

$$2x + 3y = 5$$

$$x + y = 3$$

$$3x - 2y = 3$$

Odpowiedź:

Szukamy pseudorozwiązania w sensie MNK.

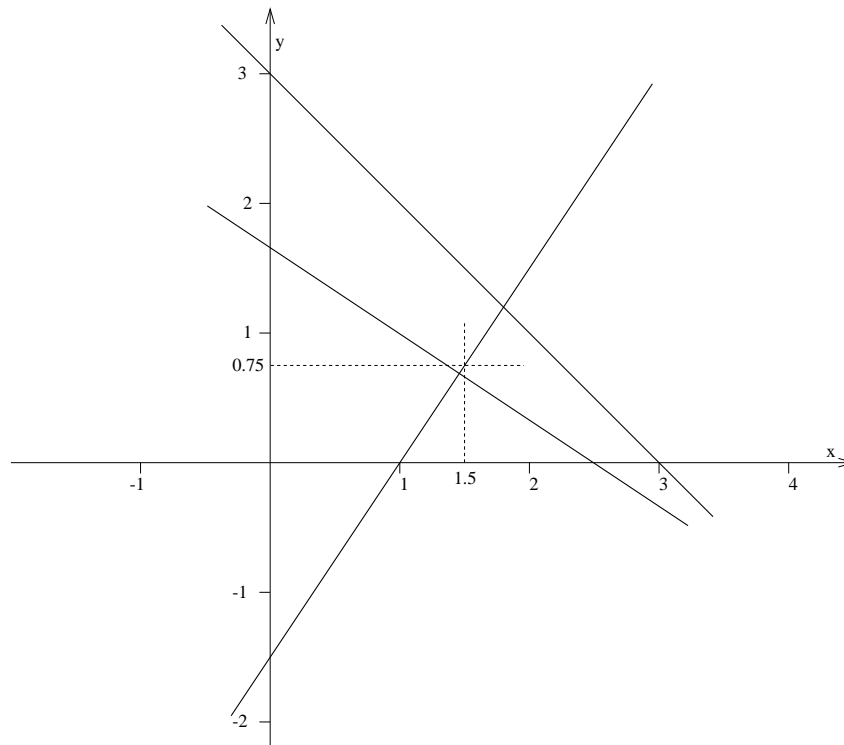
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 1 \\ 1 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$14x + y = 22$$

$$x + 14y = 12$$

Czyli $x = 1.5$, $y = 0.75$.



-

Zadanie 3. Określić czy układ równań ma rozwiązanie, jeśli nie to obliczyć rozwiązanie przybliżone metodą najmniejszych kwadratów.

$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y = 10 & & x - y + 2z = 1 \\ 4x - 7y = 8 & & x - 2y - z = 2 \\ -2x + 3y = 6 & & 3x - y + 5z = 3 \\ 5x + 9y = 14 & & -2x + 2y + 3z = -4 \end{array}$$

Uwaga: w MNK rozwiązanie $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ sprowadza się do rozwiązania $\mathbf{Sx} = \mathbf{t}$, gdzie $\mathbf{S} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$, $\mathbf{t} = \mathbf{A}^T \mathbf{b}$.

Zadanie 4. Znaleźć pseudorozwiązanie w sensie MNK (metody najmniejszych kwadratów) podanego układu równań:

$$\begin{array}{r} x_1 - 2x_2 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 = -2 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{array}$$

Zadanie 5. Rozwiązać podane układy równań i podać graficzną interpretację rozwiązania

$$\begin{array}{cccc} 6x + 3y = 12 & 6x + 3y = 12 & 2x - y = 5 & 4x + 3y = 1 \\ -2x + 5y = 20 & x + \frac{1}{2}y = 3 & 6x + 3y = 7 & -2x + y = 5 \\ \frac{1}{2}x + y = 4 & 2x + y = 7 & \frac{1}{2}x + y = 12 & x + \frac{3}{4}y = 7 \end{array}$$

Zadanie 6. Dany jest układ równań:

$$\begin{array}{r} -x - y = 5 \\ 4x - 2y = -4 \\ 3x + 3y = -3 \end{array}$$

- Określić czy układ ma rozwiązanie.
- Obliczyć pseudorozwiązanie w sensie metody najmniejszych kwadratów.
- Podać graficzną interpretację rozwiązania.

Zadanie 7. Oblicz pseudorozwiązanie w sensie metody najmniejszych kwadratów dla układu równań.

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Podaj graficzną interpretację rozwiązania.

Zadanie 8. Oblicz pseudorozwiązanie w sensie metody najmniejszych kwadratów dla układu równań.

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x + y = 0 \\ x - 1 = 0 \\ x - y - 2 = 0. \end{cases}$$

Podaj graficzną interpretację rozwiązania

Zadanie 9. Oblicz rozwiązania poniższego układu równań i podaj graficzną interpretację rozwiązania.

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 3 \\ 4x - y + 2z &= 6 \end{aligned}$$

Zadanie 10. Oblicz rozwiązanie poniższego układu równań i podaj graficzną interpretację rozwiązania

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 2 \\ 2x + 3y - z = 3 \end{cases}$$

Zadanie 11. Oblicz rozwiązanie poniższego układu równań i podaj graficzną interpretację rozwiązania.

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 4, \\ 4x - y + 3z = 2. \end{cases}$$

Zadanie 12. Rozwiązać podane układy równań i podać graficzną interpretację rozwiązania

$$\begin{array}{lll} 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 & 4x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 4 & 3x_1 + 15x_2 - 4x_3 + x_4 = 7 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 6 & -6x_1 + 3x_2 - x_3 = 6 & x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \end{array}$$

Zadanie 13. Rozwiązać układ równań:

$$\begin{aligned} 3x + 12y - 3z + w &= 3 \\ 2x + 8y + 2z + 2w &= 2 \end{aligned}$$
